



SOLUCIÓN: UNIDAD II - EXPRESIONES ALGEBRAICAS

ACTIVIDAD N° 1

Completar el siguiente cuadro

| Expresión algebraica | Constante | Variable o indeterminada | operaciones | Clasificación |
|----------------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| $(5+x)x$ | 1 ; 5 | x | Suma y producto | Algebraica ,racional, entera |
| $\frac{1}{3}x^2y - 2y$ | 1/3; 2 | x, y | diferencia, producto y potencia | Algebraica, racional entera |
| $\frac{1}{\sqrt{2}}a^{-3} + 3zx$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 3 | a, z,x | Suma, potencia, producto, cociente | Algebraica, racional fraccionaria |
| $9^{\frac{1}{2}}x + 5yz$ | $9^{\frac{1}{2}}$; 5 | X; y; Z | Suma, producto, radicación | Algebraica, racional entera |
| $3z + \sqrt[3]{xy}$ | 3,1 | X; y; z | Suma, producto, radicación | Algebraica, Irrracional |

ACTIVIDAD N° 2

Completar los casilleros vacíos con las expresiones en lenguaje coloquial, en lenguaje algebraico y hallar el valor numérico para x=5.

| Lenguaje Coloquial | Lenguaje Algebraico | Hallar el valor numérico para x=5 |
|--|---------------------|--|
| Un número | x | 5 |
| El opuesto del triple del valor absoluto de un número | $(-1)3 x $ | $(-1)3 5 = -15$ |
| El siguiente del duplo de un número | $2x+1$ | $2(5)+1=11$ |
| El doble del siguiente de un número | $2(x+1)$ | $2(5+1)=12$ |
| La diferencia entre un número y su triplo es igual doble del opuesto de ese número. | $x-3x = -2x$ | $5-3(5) = -2(5)$ $5-15 = -10$ |
| El cociente entre cuatro veces el número y su duplo | $4x/2x$ | $4(5) \div 2(5) =$ $20 \div 10 = 2$ |



| Lenguaje Coloquial | Lenguaje Algebraico | Hallar el valor numérico para x=5 |
|--|-----------------------------|--|
| La mitad del resultado de la suma de un número y el triplo del mismo | $(x+3x) \div 2$ | $(5 + 3(5)) \div 2 = 2(5)$ $(5 + 15) \div 2 = 10$ |
| Un número más el tercio de su triplo | $x + 3x \div 3$ | $5 + 3(5) \div 3 = 10$ |
| La diferencia entre el cuádruplo de un número desconocido y cuatro es igual al cuadrado de la diferencia entre el número desconocido y uno | $4x - 4 = (x - 1)^2$ | $4(5) - 4 = (5 - 1)^2$ $20 - 4 = 4^2$ $16 = 16$ |
| El cuádruplo de la diferencia entre un número y cuatro es igual a la diferencia entre el número y el cuadrado de la unidad | $4(x - 4) = x - 1^2$ | $4(5 - 4) = 5 - 1^2$ $4(1) = 5 - 1$ $4 = 4$ |
| La mitad de un múltiplo de siete | $7(x) \div 2$ | $7(5) \div 2 = 17,5$ |
| El doble de un número impar | $2(2x+1)$ ó $2(2x-1)$ | $2[2(5) + 1] = 2(11) = 22$ ó $2[2(5) - 1] = 2(9) = 18$ |

En color rojo y resaltado con un recuadro se muestra como se deben completar los casilleros.

ACTIVIDAD N° 3

Tildar las expresiones algebraicas enteras. Justificar su respuesta cuando no lo son:

| | | | |
|-------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| a. $2x$ | <input checked="" type="checkbox"/> | f. $\sqrt[2]{b^6}$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b. $\frac{y}{3}$ | <input checked="" type="checkbox"/> | g. $\frac{2}{x}$ | <input type="checkbox"/> |
| c. $-3x^2$ | <input checked="" type="checkbox"/> | h. $2abx + 2aby$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| d. $\frac{2}{3}b$ | <input checked="" type="checkbox"/> | i. x^{-1} | <input type="checkbox"/> |
| e. $2m + 5m$ | <input checked="" type="checkbox"/> | j. $\frac{2x+y}{x+a}$ | <input type="checkbox"/> |

Si en las expresiones algebraicas, las letras se encuentran sometidas a operaciones racionales (suma, resta, producto, cociente y potenciación con exponente entero), dichas expresiones algebraicas revisten el carácter de expresiones algebraicas racionales. Si entre las operaciones indicadas respecto de las letras de la expresión, intervienen todas, salvo el cociente y la potenciación con exponente no natural, diremos que la expresión resulta ser una expresión algebraica racional de tipo entero o directamente una expresión algebraica entera.

g) La letra x está formando parte del divisor del cociente.



- i) La letra x está elevada a una potencia con exponente no natural.
j) Las letras " x " y " a " forman parte del divisor del cociente.

ACTIVIDAD N° 4

Expresar las siguientes situaciones en símbolos

- a) Un número es 25 unidades mayor que el cuádruple de otro número.

Analizada la situación, se definen las variables o indeterminadas o valores desconocidos y se las identifica para poder hacer el planteo simbólico, es decir traducir del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico o simbólico:

Las indeterminadas o valores desconocidos en esta situación son "un número desconocido" y un "número 25 unidades mayor que el cuádruple del número desconocido" y los identificamos con las letras " n " y " m " respectivamente:

n = un número desconocido.

m = un número 25 unidades mayor que el cuádruple del número desconocido

Se representa la situación a través de la siguiente expresión algebraica:

$$m - 25 = 4n$$

- b) La diferencia entre el 10% del precio de un producto y \$ 100 es igual a \$ 250. ¿Cuál es el precio del producto?

Si definimos el valor desconocido como:

x = Precio del producto

El planteo simbólico sería:

$$\frac{10}{100}x - 100 = 250$$

- c) Una persona debe la cuarta parte de su sueldo ¿Cuánto cobró si luego de cancelar su deuda dispone de 12.000 pesos?

Si definimos el valor desconocido como:

x = El sueldo que cobró la persona

El planteo simbólico sería:

$$12.000 = x - \frac{1}{4}x$$

- d) El primer día del mes la empresa "La Firma S.A." tenía en su cuenta corriente 150.000 pesos. Ese mismo día depositó el 50% del total que dispone a fin de mes. El día 29 del mismo mes depositó un cuarto del total depositado el primer día. ¿Qué dinero le queda al final del mes?

Si definimos el valor desconocido como:

x = Importe que dispone la Empresa al final del mes

El planteo simbólico sería:

$$x = 150.000 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}x\right)$$

ACTIVIDAD N° 5

Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:



$$a) \frac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16b^3}{2a - 8ab^2} \text{ para } \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 6 \end{cases}$$

Primero se reemplazan en la expresión la letra "a" por 1/4 y la letra "b" por 6; luego se realizan los cálculos para hallar el valor numérico:

$$\frac{4\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + 4(6) - 16(6^3)}{2\left(\frac{1}{4}\right) - 8\left(\frac{1}{4}\right)6^2} = \frac{36 - \frac{1}{4} + 24 - 16(216)}{\frac{1}{2} - 2(36)} = \frac{36 - \frac{1}{4} + 24 - 3456}{\frac{1}{2} - 72} =$$

$$\frac{-\frac{1}{4} - 3396}{\frac{1}{2} - 72} = \frac{-\frac{13585}{4}}{\frac{1-144}{2}} = \frac{-\frac{13585}{4}}{\frac{-143}{2}} = \frac{(-13585)2}{(-143)4} = \frac{-13585}{-286} = \frac{-1045}{-22}$$

$$= \frac{95}{2}$$

$$b) \frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}x^4y^3 \text{ para } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Primero se reemplazan en la expresión la letra "x" por 2 y la letra "y" por -1; luego se realizan los cálculos para hallar el valor numérico:

$$\frac{1}{4}2^3(-1)^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}2^4(-1)^3 = \frac{1}{4}8(1) - \sqrt{\frac{4}{64}}2^4(-1) = 2 - \frac{2}{8}16(-1) = 2 - 4(-1) =$$

$$= 2 + 4 = 6$$

ACTIVIDAD N °6

Completar la siguiente tabla

| Término | Coficiente | Parte literal |
|-----------|------------|---------------|
| $21x^2yz$ | 21 | x^2yz |
| $-8ab^3c$ | -8 | ab^3c |
| mn^3 | 1 | mn^3 |
| $-tb^3$ | -1 | tb^3 |

ACTIVIDAD N ° 7

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justifique adecuadamente.

- 7 es un monomio de grado cero. **verdadero**
- La indeterminada de mayor grado de un monomio determina el grado del mismo. **Falso el grado de un monomio está dado por la suma de los exponentes de las indeterminadas**
- El polinomio $3x^4y + 2xy + 3x^2$ es de grado 5. **Verdadero**

ACTIVIDAD N ° 8

FACTOREO:



8.1) Aplicar los distintos casos de factorización hasta que la expresión no se pueda factorizar más.

a) $2x^2 - 4x^3 + 16x^5 + 8x^4 =$

Se aplica factor común. Todos los términos de la expresión se pueden dividir por $2x^2$, por lo tanto, la expresión algebraica se puede escribir como un producto de dos factores, uno de ellos $2x^2$, que es un divisor común a todos.

Se extrae factor común $2x^2 \rightarrow = 2x^2(1 - 2x + 8x^3 + 4x^2)$

b) $\frac{3}{33}b^2 a^4 + \frac{24}{11}b^3 a - \frac{9}{22}b^5 a^3 + \frac{6}{55}b^6 a^2 =$

Se aplica factor común. Todos los términos de la expresión se pueden dividir por $\frac{3}{11}b^2 a$, por lo tanto, la expresión algebraica se puede escribir como un producto de dos factores, uno de ellos $\frac{3}{11}b^2 a$, que es un divisor común a todos.

Se extrae factor común $\frac{3}{11}b^2 a = \frac{3}{11}b^2 a \left(\frac{1}{3}a^3 + 8b - \frac{3}{2}b^3 a^2 + \frac{2}{5}b^4 a \right)$

c) $4x - 16x^3y - 8x^2 + 8x^2y =$

Se pueden aplicar las propiedades conmutativa y asociativa de la adición para ordenar la expresión como una suma de binomios:

$$(4x - 8x^2) + (8x^2y - 16x^3y) =$$

Luego se aplica factor por grupo: en este caso, la cantidad de términos es un número compuesto (4), tiene dos términos positivos y dos términos negativos.

Aplicando factorización por grupos:

\rightarrow Se extrae factor común $4x$ en el primer binomio y $8x^2y$ en el segundo binomio
 $= 4x(1 - 2x) + 8x^2y(1 - 2x) =$

\rightarrow Luego se extrae factor común $(1 - 2x) \rightarrow = (1 - 2x)(4x - +8x^2y)$

\rightarrow Nuevamente, en el segundo factor, se extrae factor común $4x \rightarrow$
 $= (1 - 2x)(4x + 8x^2y) = (1 - 2x) \cdot 4x(1 + 2xy)$

\rightarrow Si se aplica propiedad conmutativa de la multiplicación, y se puede expresar

como: $= 4x(1 - 2x)(1 + 2xy)$

d) $x^6 - 6x^3y^2 + 9y^4 =$

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto: Su forma de factorización es el producto de dos binomios idénticos entre sí, cuyos términos son las bases de los cuadrados perfectos del trinomio, es decir que las bases son x^3 y $3y^2$. En este caso, los términos del binomio serán restados entre sí porque el signo del doble producto del trinomio cuadrado perfecto es negativo, y cuando esto sucede se tienen dos expresiones posibles:



Una expresión surge de considerar restando la base x^3

$$= (3y^2 - x^3)(3y^2 - x^3) = (3y^2 - x^3)^2$$

La otra expresión surge de considerar restando la base $3y^2$

$$= (x^3 - 3y^2)(x^3 - 3y^2) = (x^3 - 3y^2)^2$$

Las dos expresiones son la consecuencia de que x^6 es el cuadrado perfecto de x^3 y también de $(-x^3)$, lo mismo sucede con $9y^4$ que es el cuadrado perfecto de $3y^2$ y también de $(-3y^2)$, y para que el doble producto del trinomio cuadrado perfecto resulte negativo, una de las bases se debe restar o debe ser negativa.

e) $4m^2 - 9p^2 =$

Se trata de una diferencia de cuadrados: Su forma de factoro es el producto entre dos binomios, uno de ellos binomio suma y el otro binomio diferencia, cuyos términos son las bases de los cuadrados que integran la diferencia de cuadrados que se pretende factoro.

$$4m^2 - 9p^2 = (2m)^2 - (3p)^2 = (2m - 3p)(2m + 3p)$$

f) $8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - 1y^3 =$

Se trata de un cuatrinomio cuadrado perfecto Su forma de factoro es el producto de tres binomios coincidentes entre sí, cuyos términos resultan ser las bases de los cubos perfectos integrantes del cuatrinomio y cuyos signos serán precisamente los que acompañen a dichos cubos perfectos:

$$8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - 1y^3 = (2x^2 - y)(2x^2 - y)(2x^2 - y) = (2x^2 - y)^3$$

g) $\frac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16b^3}{2a - 8ab^2}$ siendo $b \neq \frac{1}{2}$

Se aplican las propiedades de la potenciación para resolver $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b$

$$= \frac{4ab^2 - a + 4b - 16b^3}{2a - 8ab^2} =$$

Aplicando la propiedad conmutativa de la adición en el numerador:

$$= \frac{4b - 16b^3 - a + 4ab^2}{2a - 8ab^2}$$

Se aplica factor por grupos en el numerador y factor común en el denominador: En el numerador se extrae factor común $4b$ para el primero y segundo término y factor común $(-a)$ para el tercio y cuarto término. En el denominador se extrae factor común $2a$.



$$= \frac{4b(1 - 4b^2) - a(1 - 4b^2)}{2a(1 - 4b^2)} =$$

A partir de la expresión lograda, se extrae factor común $(1 - 4b^2)$ en el numerador: =

$$\frac{(1-4b^2)(4b-a)}{2a(1-4b^2)}$$

Se simplifican numerador y denominador por la expresión $(1 - 4b^2)$

$$= \frac{(1-4b^2)(4b-a)}{2a(1-4b^2)} = \frac{4b-a}{2a} \text{ siendo } b \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{h) } \frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}x^4y^3 =$$

Para resolver, se aplican las propiedades de la potenciación y de la radicación:

$$= \frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}x^4y^3 = \frac{1}{4}x^3y^2 - \frac{2}{8}x^4y^3$$

$$\begin{aligned} \text{Se extrae factor común } \left(\frac{1}{4}x^3y^2\right) \rightarrow &= \frac{1}{4}x^3y^2\left(1 - \frac{2}{2}xy\right) = \\ &= \frac{1}{4}x^3y^2(1 - xy) \end{aligned}$$

8.2). Desarrollar el binomio al cuadrado y completar las siguientes expresiones para que resulten ser trinomios cuadrados perfectos:

$$\text{a) } (1 + 2b)^2 =$$

Una forma es desarrollar el cuadrado de un binomio para obtener un trinomio cuadrado perfecto mediante el producto del binomio dado por sí mismo como tantas veces lo indica al exponente al cual está elevado:

$$(1 + 2b)^2 = (1 + 2b) \cdot (1 + 2b) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2b + 2b \cdot 1 + 2b \cdot 2b = 1 + 4b + 4b^2$$

Otra forma es: el resultado de desarrollar el cuadrado de un binomio es el trinomio cuadrado perfecto que presenta dos términos que son cuadrados y el restante que es el doble producto de las bases de dichos cuadrados.

$$(1 + 2b)^2 = 1^2 + 4b^2 + 2 \cdot 2b = 1 + 4b^2 + 4b$$

$$\text{b) } 4b^2 + 1 + \dots$$

La expresión está conformada por tres términos donde dos de los mismos son cuadrados perfectos, el tercer término resultará ser el doble producto del trinomio cuadrado perfecto. En este caso, como los cuadrados perfectos pueden surgir de una base negativa o positiva de igual valor absoluto, se tienen dos resultados posibles:

✓ Uno siendo el doble producto del trinomio cuadrado perfecto positivo:



$$= 4b^2 + 1 + 4b$$

Donde el binomio al cuadrado que dio origen a la expresión dada es:
 $(1 + 2b)^2$

✓ Otro, siendo el doble producto del trinomio cuadrado perfecto negativo:

$$= 4b^2 + 1 - 4b$$

Donde el binomio al cuadrado que dio origen a la expresión dada es:
 $(1, -2b)^2$ ó $(2b - 1)^2$

c) $x^2 - 6x + \dots$

La expresión está conformada por tres términos donde uno de los mismos es un cuadrado perfecto y el otro es el doble producto del trinomio cuadrado perfecto, siendo el término faltante un cuadrado perfecto que se obtiene de la siguiente manera:

Si $-6x$ es el doble producto de las bases de los cuadrados y una de las bases de los cuadrados es " x ", llamaremos " z " a la segunda base para poder hallar su valor. Esto se puede expresar como:

$$-6x = 2 \cdot x \cdot z$$

Despejando z se tendrá :

$$\frac{-6x}{2x} = z \rightarrow z = -3$$

Por lo tanto el trinomio cuadrado perfecto = $x^2 - 6x + (-3)^2$

$$= x^2 - 6x + 9$$

El binomio al cuadrado que dio origen a la expresión dada es:

Como los cuadrados perfectos pueden surgir de una base negativa o positiva de igual valor absoluto, se tienen dos resultados posibles:

$$(x - 3)^2 \text{ ó } (3 - x)^2$$

8.3). Desarrollar el binomio al cubo y completar la siguiente expresión para que resulte ser un cuatrinomio cubo perfecto:

a) $(2 + 3b)^3 =$

Una forma es desarrollar el cubo de un binomio para obtener un cuatrinomio cubo perfecto mediante el producto del binomio dado por sí mismo como tantas veces lo indica al exponente al cual está elevado.

$$\begin{aligned} (2 + 3b)^3 &= (2 + 3b) \cdot (2 + 3b) \cdot (2 + 3b) = \\ &= (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3b + 3b \cdot 2 + 3b \cdot 3b)(2 + 3b) = \\ &= (4 + 12b + 9b^2)(2 + 3b) = \\ &= 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3b + 12 \cdot b \cdot 2 + 12b \cdot 3b + 9b^2 \cdot 2 + 9b^2 \cdot 3b = \\ &= 8 + 27b^3 + 36b + 54b^2 \end{aligned}$$

Otra forma es: el resultado de desarrollar el cubo de un binomio es el cuatrinomio cubo perfecto, que presenta dos términos que son cubos y los restantes son el triple producto del cuadrado de una de las bases por la otra base de dicho cubo.



$$(2 + 3b)^3 = 2^3 + 27b^3 + 3(2^2 \cdot 3b) + 3[2(3b)^2] =$$

$$= 8 + 27b^3 + 36b + 54b^2$$

b) + 36b - 54b² + 27b³ =

La expresión está conformada por cuatro términos donde el cuarto es un cubo perfecto: $(3b)^3$. Los dos restantes términos son el triple producto del cuadrado de una de las bases por la otra base de los cubos, siendo el término faltante un cubo perfecto que se obtiene de la siguiente manera:

Si $-54b^2$ es el triple producto del cuadrado de la base $3b$ por la otra base del binomio, llamaremos "z" a la segunda base para poder hallar su valor. Esto se puede expresar como:

$$-54b^2 = 3(3b)^2 \cdot z$$

Despejando z se tendrá :

$$-54b^2 = 3 \cdot 9(b)^2 \cdot z \rightarrow \frac{-54b^2}{3 \cdot 9(b)^2} = z \rightarrow \frac{-54}{27} = z$$

$$\rightarrow z = -2$$

Por lo tanto el cuatrinomio cubo perfecto = $(-2)^3 + 36b - 54b^2 + 27b^3$

$$= -8 + 36b - 54b^2 + 27b^3$$

El binomio al cubo que dio origen a la expresión dada es:

$$(3b - 2)^3$$

8.4).Reducir a su más simple expresión:

Aplicar los distintos casos de factoro que conoce, luego simplificar

a) $\frac{ax-ay+bx-by-cx+cy}{a+b-c} =$ siendo $a + b - c \neq 0$

Se aplica factor por grupo: en este caso, la cantidad de términos es un número compuesto (6), tiene tres términos positivos y tres términos negativos.

Se extrae factor común "a" en el primero y segundo término, "b" en el tercero y cuarto término y por último "c" en el quinto y sexto término.

$$\frac{ax - ay + bx - by - cx + cy}{a + b - c} = \frac{a(x - y) + b(x - y) - c(x - y)}{a + b - c} =$$

Luego se aplica factor común: se extrae factor común (x-y) que aparece multiplicando a todos los términos:

$$\frac{(x - y)(a + b - c)}{a + b - c} =$$

Por último, se puede simplificar numerador y denominador por la expresión $(a + b - c)$ porque $a + b - c \neq 0$

$$= \frac{(x - y)(a + b - c)}{a + b - c} = x - y$$

Por lo tanto $\frac{ax - ay + bx - by - cx + cy}{a + b - c} = x - y$ siendo $a + b - c \neq 0$



b) $\frac{2a^2-4ab+2b^2}{2(a^2-b^2)} =$ siendo $a \neq \pm b$

Se aplica factor común en el numerador: Se extrae factor común "2" en el numerador, luego se simplifica numerador y denominador por "2".

$$\frac{2(a^2 - 2ab + b^2)}{2(a^2 - b^2)} = \frac{\cancel{2}(a^2 - 2ab + b^2)}{\cancel{2}(a^2 - b^2)} = \frac{(a^2 - 2ab + b^2)}{(a^2 - b^2)} =$$

En el numerador se aplica trinomio cuadrado perfecto y se lo expresa como el producto entre dos binomios idénticos entre sí. En el denominador se aplica diferencia de cuadrados:

$$= \frac{(a-b)^2}{(a^2-b^2)} = \frac{(a-b)(a-b)}{(a-b)(a+b)} =$$

Luego se simplifican numerador y denominador por la expresión $(a - b)$:

$$= \frac{\cancel{(a-b)}(a-b)}{\cancel{(a-b)}(a+b)} =$$

Por lo tanto $\frac{2a^2 - 4ab + 2b^2}{2(a^2 - b^2)} = \frac{a - b}{a + b}$ siendo $a \neq \pm b$



8.5).¿Repasamos cómo se factora cada caso?

Unir con una flecha cada caso con su correspondiente forma de factoro.

