UNIDAD I – LOS NÚMEROS Y SUS OPERACIONES

Conjuntos númericos

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\mathbf{N}\text{ (naturales)}\\ \mathbf{0}\text{ (cero)}\end{array}\right\}\mathbf{N^*}\\ \text{Números negativos}\end{array}\right\}\mathbf{Z}\text{ (números enteros)}\\ \text{Números fraccionarios}\end{array}\right\}\mathbf{Q}\text{ (Números Racionales)}\\ \text{Números irracionales}\end{array}\right\}\mathbf{R}\text{ (Números Reales)}$$

- Los **números naturales** son los que usamos para contar, enumerar y se simboliza con la letra **N**.

$$N = \{1; 2; 3; \dots; n; n+1; \dots.\}$$

El conjunto de los números naturales

- Tiene un primer elemento: el uno.
- Cada natural (excepto el uno, se puede obtener agregando uno al número anterior).
- No tiene un último elemento.

Operaciones en los naturales

La **suma o adición** de dos números naturales **a** y **b** es otro número natural **a + b** que se obtiene de agregarle a uno de ellos tanatas unidades como representa el otro.

Cada uno de los números que intervienen en la suma se llama **sumando** y el número que los reúne o agrupa se denomina **suma**.

$$\underbrace{a}_{sumando} + \underbrace{b}_{sumando} = \underbrace{c}_{suma}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{7}_{sumando} + \underbrace{8}_{sumando} = \underbrace{15}_{suma}$$

La **multiplicación o producto** de dos números **a** y **b** es otro número natural **a.b** que se obtiene de sumar uno de ellos tantas veces como indique el otro.

$$a.b = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{b\ veces}$$

Cada uno de los números que intervienen se llaman **factores** y el número que resulta se llama **producto**.

$$\underbrace{a\,.\,b}_{factores} = \underbrace{c}_{producto}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{3\,.\,5}_{factores} = \underbrace{15}_{producto}$$

Propiedades de la suma y el producto de números naturales

PROPIEDADES	SUMA	PRODUCTO
Conmutativa	a+b=b+a	a.b=b.a
Asociativa	(a+b) +c = a +(b+c)	(a.b).c=a.(b.c)
Distributiva del producto respecto a la suma	a.(b+c)= a.b +a.c	

La **resta o sustracción** de números naturales la definimos como la operación inversa de la suma.

$$a - b = c \text{ si y solo si } b + c = a$$

Los números que intervienen en la resta se llama **minuendo**, **sustraendo** y **diferencia o resta**.

$$\underbrace{a}_{minuendo} - \underbrace{b}_{sustraendo} = \underbrace{c}_{resta\ o\ diferencia}$$

La **división o cociente** la definimos como la operación inversa del producto.

$$a : b = c \quad \text{si y solo si } b\,.\,c = a$$

Cada número que interviene en la división recibe el nombre de **dividendo**, **divisor** y **cociente**

$$\underbrace{a}_{dividendo} : \underbrace{b}_{divisor} = \underbrace{c}_{cociente}$$

IMPORTANTE: la resta y la división no gozan de las propiedades conmutativa y asociativa

- Los **números enteros** están formados por los naturales, el cero y los naturales precedidos por el signo menos (a los cuales llamamos **enteros negativos).**Se los simboliza con la letra **Z**

$$Z = \{\ldots\ \ldots . -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots; n; n+1; \ldots . \}$$

Observamos que:

- Cada número entero salvo el cero, consta de un **signo** + o – y de su **valor absoluto** que es la distancia del número al cero.
- Cada entero tiene asociado su correspondiente opuesto, que está representado por el mismo número natural, pero con signo diferente. Ejemplo, 8 es el opuesto de -8.
- El conjunto de los números enteros es discreto, esto significa que entre dos números enteros solo puede existir una cantidad finita de números enteros.
- En ellos no hay primer elemento, ni último elemento, por lo tanto existen infinitos números enteros.

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS	a+b	EJEMPLOS
Sí **a** y **b** tienen el **mismo signo**	La suma tendrá el **mismo signo** de los sumandos y se suman los valores absolutos	8 + 7 = 15 (-8) + (-7) = -15
Sí **a** y **b** tienen **distinto signo**	El **signo** del resultado es el signo del sumando **de mayor valor absoluto**. El valor absoluto del resultado es la diferencia entre el mayor valor absoluto y el menor valor absoluto, de entre los dos sumandos.	-8 + 7 = -1 8 + (-7)=1
Si uno de los dos sumando es **cero**	El cero sumado a izquierda o derecha de un número da el mismo número. Se dice que cero es el **elemento neutro de la suma**	x + 0 = 0 + x = x

Para multiplicar números enteros habrá que considerar la **regla de signos.**

PRODUCTOS DE NÚMEROS ENTEROS	a.b	EJEMPLO
a y **b** tienen el **mismo signo**	Se multiplican valores absolutos de los factores y el producto tendrá **signo positivo**	8 . 7 = 56 (-8) . (-7) = 56
a y **b** tiene **distinto signo**	Se multiplican valores absolutos de los factores y el producto tendrá **signo negativo**	(-8) . (7) = - 56 5 . (-7) = - 56
Si uno de los factores es **cero**	El producto es **cero**	0. x =0 y.0=0
Si uno de los factores es **uno**	Si multiplicacamos un número entero a izquierda o a derecha por uno se obtiene el mismo número. Se dice que **1** es el **elemento neutro del producto**	x . 1 =x 1 . x = x

Los **signos de agrupación** son los que por su origen definen el orden en el que se realiza una operación, estos son los paréntesis ( ), corchetes[ ]y llaves { }

Recordamos como se resolver las operaciones combinadas

- Un signo menos delante de un paréntesis, corchete o llave nos indica que está multiplicado por menos uno (-1),

-(3 – 4) es (-1).(3 – 4)

- Los signos más (+) y menos (-) separan términos.
- Primero: resolver todo lo que esté dentro de signos de agrupación respetando el siguiente orden: primero los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves.
- Resolver las potencias y las raíces.
- Resolver todas las multiplicaciones y divisiones, éstas últimas en orden de izquierda a derecha.
- Resolver todas las sumas y restas .

Ejemplo:

(13 - 8) – { - 4 +[8 – (9 – 3 - 7) + (-3 -2) + 5] – 3 + 8 } + 9 =
5 – { - 4 +[8 +1-5 + 5] – 3 + 8 } + 9 =
5 – { - 4 +[8 +1-5 + 5] – 3 + 8 } + 9=
5 – { - 4 +9 – 3 + 8 } + 9=
5 – 10+ 9=4

ACTIVIDAD 1:

Resolver las siguientes operaciones con números enteros.

a) { 15 – [10 – 3 – (10 – 4 - 1) – (-2)] + 4 – (3 – 1) } – 5 =

b) [- 4 . 3 + 4 – 15 : (-3)] . { [- 18 : (- 6)] . 2 – [(- 4 – 8) : (- 3)] } =

Al dividir dos números enteros nos puede quedar como resultado tres tipos de números:

- un número **entero** (6:2=3)
- un numero **decimal exacto** (5:4=1,25)
- un numero **decimal periódico** (4:3=1,333...)

➢ Los **números racionales** son aquellos que pueden expresarse como un cociente de dos números enteros con denominador distinto de cero. Se los simboliza con la letra **Q**

$$\boldsymbol{Q} = \left\{ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \;\; / \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{Z} \wedge \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Z} \wedge \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0} \right\}$$

Una fracción es una forma de escribir un número racional utilizando los dos números enteros que le dan origen al dividirse.

Por ejemplo, como vimos antes, el número 1,25 se obtiene del cociente entre 5 y 4. La fracción asociada entonces a este racional seria $\frac{5}{4}$, de igual forma, el numero 1,333… que es periódico puede escribirse en forma de fracción como $\frac{4}{3}$.

En las fracciones el dividendo pasa a ser llamado numerador, mientras que el divisor toma el nombre de denominador de la fracción.

$$\frac{5}{4}$$

$5 \rightarrow$ NUMERADOR

$4 \rightarrow$ DENOMINADOR

Fracciones equivalentes

Llamaremos fracciones equivalentes a aquellas que se escriben de forma diferente, pero representan al mismo número racional.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0{,}5 \longrightarrow$ las tres fracciones son equivalentes y representan a 0,5

Si se multiplica o divide el numerador y denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada.

POR CADA NÚMERO RACIONAL HAY INFINITAS FRACCIONES EQUIVALENTES QUE LO REPRESENTAN

Amplificación: se le llama así al proceso de multiplicar numerador y denominador por un mismo número, y cuando hacemos esto se dice que estamos amplificando la fracción a otra equivalente.

$$\frac{5}{4} \qquad \frac{10}{8}$$

Multiplico numerador y denominador por 2

Simplificación: se le llama así al proceso de dividir numerador y denominador por un mismo número, y cuando hacemos esto se dice que estamos simplificando la fracción a otra equivalente.

$$\frac{25}{20} \qquad \frac{5}{4}$$

.

Divido numerador y denominador por 5

Cuando el numerador y el denominador no tienen un divisor común decimos que la fracción es irreducuble. En el ejemplo $\frac{5}{4}$ es una **fracción irreducible.**

Otra forma de representar los números racionales es con los números decimales con cantidad finita de cifras decimales o con infinitas cifras decimales, pero periódicas.

Por tanto, los números racionales se caracterizan por tener una escritura decimal que solo puede ser de tres tipos:

- **Exacta:** la parte decimal tiene un número finito de cifras. Al no ser significativos, los ceros a la derecha del separador decimal pueden omitirse, lo que da por resultado una expresión finita.

  Para pasarse un número que tiene expresión decimal finita a fracción , se coloca el número sin la coma en el númerador, y en el denominador un uno (1) seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el número. Ejemplos

  $$1,6 = \frac{16}{10} \quad , \quad 23{,}4 = \frac{234}{10} \quad , \quad 32{,}265 = \frac{32265}{1000}$$

- **Periódica pura:** toda la parte decimal se repite indefinidamente.

  Para expresar un número que tiene expresión decimal periódica pura en fracción, se coloca en el númerador el número sin la coma y se le resta el número formado por las cifras que no están afectadas por el período, en el denominador se colocan tantos nueves como cifras períoicas haya . Ejemplos

  $$\boldsymbol{\widehat{0,6} = 0,666\ldots = \frac{6}{9}\,, \quad 1,\hat{3} = 1,333\ldots = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9}, \qquad 21,\ \widehat{25}\ = 21,252525\ldots = \frac{2125-21}{99} = \frac{2104}{99}}$$

- **Periódica mixta:** no toda la parte decimal se repite.

  Para expresar un número que tiene expresión decimal periódica mixta en fracción, se coloca en el númerador el número sin la coma y se le resta el número formado por las cifras que no están afectadas por el período, en el denominador se colocan tantos nueves como cifras períoicas haya y tantos ceros como cifras no períodicas decimales existan. Ejemplos

  $$\boldsymbol{-2{,}3\hat{4} = 2,3444\ldots = \frac{234-23}{90} = \frac{211}{90}, \quad 23,13\widehat{42} = 23,13424242\ldots = \frac{231342-2313}{9900} = \frac{229029}{9900}}$$

video de :
cómo convertir decimales a fracción (decimales finitos)
https://youtu.be/q9iD9yck3IA
cómo convertir decimal peródico mixto a fracción
https://youtu.be/59vzMf9QefM

Operaciones con racionales

Suma de fracciones de igual denominador:
En este caso, la suma resulta muy sencilla, ya que tan solo tenemos que sumar los numeradores dejando el mismo denominador que tienen en común.

Por ejemplo:

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$$

Nos fijamos en que las dos fracciones tienen el mismo denominador, por lo tanto, solo tenemos que sumar los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}$$

Suma de fracciones con distinto denominador:

En este caso, debemos **expresar las dos fracciones con el mismo denominador**. ¿Cómo lo hacemos? Debemos calcular el **mínimo común múltiplo (m.c.m)** entre los 2 denominadores. Una vez cambiados los denominadores, ¿qué hacemos con los numeradores? Debemos reescribirlos siendo el resultado una **fracción equivalente** a la primera. Una vez que tengamos las dos fracciones escritas con el denominador común ya podemos sumarlas, tal y como hemos hecho en el apartado anterior. Ejemplo:

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{6}$$

Para poder realizar esta suma debemos calcular primero el m.c.m entre 5 y 6.

m.c.m (5, 6) = 30

Por lo tanto, el nuevo denominador de las fracciones será 30.

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{6}=\frac{\quad}{30}+\frac{\quad}{30}$$

Ahora debemos encontrar las fracciones equivalentes: hay que multiplicar al numerador por el mismo número que al denominador:

$$\frac{2}{5}=\frac{\quad}{30}\ \underset{\times 6}{} \quad \Rightarrow \quad \frac{2 \xrightarrow{\times 6} 12}{5 \xrightarrow[\times 6]{} 30}$$

$$\frac{4}{6}=\frac{\quad}{30}\ \underset{\times 5}{} \quad \Rightarrow \quad \frac{4 \xrightarrow{\times 5} 20}{6 \xrightarrow[\times 5]{} 30}$$

Ahora ya podemos realizar la suma de las fracciones.

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{6}=\frac{12}{30}+\frac{20}{30}=\frac{32}{30}$$

Por último, simplificamos la fracción dividiendo por 2 el numerador y el denominador:

$$\frac{32}{30}=\frac{16}{15}$$

Divido numerador y denominador por 2

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar fracciones, se multiplican por un lado los numeradores y por otro los denominadores

En el siguiente ejemplo se multiplican las fracciones 1/3 y 2/6, se identifican los numeradores de ambas fracciones que corresponden a 1 y 2, se multiplican y se coloca el resultado en el numerador. Ahora se identifican los denominadores de ambas fracciones que corresponden a 3 y 6, se multiplican y se coloca el resultado en el denominador.

$$\frac{1}{3}.\frac{2}{6}=\frac{1.2}{3.6}=\frac{2}{18}$$

El resultado de 2/18 se puede simplificar, dividimos por 2 el numerador y el denominador.

$$\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

NOTA: La fracción 2/18 y 1/9 son equivalentes porque representan la misma cantidad.

A veces es conveniente simplificar cualquier numerador con cualquier denominador antes de multiplicar.

$$\frac{1}{3}.\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{1.1}{3.3}=\frac{1}{9}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{3}.\frac{7}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2.7}{3.3}=\frac{14}{9}$$

Propiedades de existencia de elemento inverso

El producto de número racionales cumple con todas las propiedades mencionadas para el caso de los números enteros, pero además, para cada racional $\boldsymbol{\frac{a}{b}}$, con $\boldsymbol{a \neq 0}$ existe su inverso $\boldsymbol{\frac{b}{a}}$, tal que $\mathbf{\frac{a}{b}.\frac{b}{a}=1}$

A partir de esto se deduce que en el producto de fracciones, se pueden **simplificar** numerador con denominador.

División de fracciones:

Para dividir fracciones, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda

1. Invertir la segunda fracción, es decir, cambiar el numerador por el denominador y viceversa.
2. Simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.
3. Multiplicar en línea.

Ejemplo:

$$\frac{5}{2}:\frac{10}{7}=$$

- Invertir la segunda fracción, es decir, cambiar el numerador por el denominador y viceversa.

$$\frac{5}{2}:\frac{10}{7}=\frac{5}{2}.\frac{7}{10}$$

- Simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.
-

En este caso se simplifica por 5 tanto al numerador de la fracción multiplicando como al denominador de la matriz multiplicador

$$\frac{5}{2}:\frac{10}{7}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2}.\frac{7}{\underset{2}{\cancel{10}}}$$

- Multiplicar en línea.

$$\frac{5}{2}:\frac{10}{7}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2}.\frac{7}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{1.7}{2.2}=\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}$$

Video de ejercicios resuelto
https://youtu.be/qLUKHSlvfhg

ACTIVIDAD N° 2
Resolver los siguientes ejercicios con números racionales

a) $\frac{5}{7}+\frac{2}{7}-\frac{4}{7}=$ **b)** $\frac{5}{4}+0,\hat{3}=$ **c)** $\frac{3}{2}+\frac{5}{4}-\frac{2}{3}=$

d) $\frac{18}{5}.\frac{15}{20}=$ **e)** $\frac{4}{9}.\left(-\frac{6}{8}\right)=$ **f)** $\frac{18}{24}:\frac{9}{4}=$

g) $\frac{5}{2}:\frac{15}{4}-\frac{14}{9}.\frac{3}{21}=$ **h)** $\left[2.(-3)+\frac{16}{4}\right]:(-2)=$ **i)** $\left[\frac{12-3}{-6+9}+(-7)\right].(-11+7)-(2-8)=$

j) $\frac{12}{4}.\frac{75}{25}-\left(3+0,\hat{6}\right)=$ **k)** $0,\hat{3}.\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)-\frac{25}{6}.\frac{3}{5}=$

l) Jorge tenía $ 12.000 al salir de su casa. Le prestó a un amigo 1/3 de esa cantidad, gastó en ir de compras ½ de lo que le prestó al amigo y guardó en el banco 2/5 de lo que gastó en ir de compras ¿Con cuánto dinero volvió a la casa?

m) Roberto tenía ahorrado $200.000. El primer trimestre del año gastó la mitad de lo que tenía ahorrado. El segundo trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba. El tercer trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba y el cuarto trimestre gastó la mitad del nuevo resto. ¿Cuánto dinero le quedó al acabar el año?

CÁLCULO DE PORCENTAJES
Una aplicación muy común de las fracciones lo constituye el cálculo de porcentajes

Un determinado porcentaje es la parte de un todo y se denota con el símbolo %. La idea en que se basa es que el total está dividido en 100 partes.
La manera clásica de calcular un porcentaje es multiplicar la cantidad inicial por el porcentaje que se quiere conocer y, después, dividir ese resultado por 100.

Ejemplo:

Se realizó un compra en una zapatería por $40.000. A ese importe hay que agregarle el 21% del IVA, ¿Cuánto es el monto a pagar de IVA?

$$\frac{21}{100}.40.000 = 8.400$$

Otra forma es usando regla de tres simple

Porcentaje	Cantidad
100	40.000
21	X=21*40.000/100=8.400

Los números que están en diagonal se multiplican (en este caso 21*40.000) y el que queda solo (en este caso 100) divide.

Video sobre porcentaje:

https://youtu.be/PjXpBwI6P0M

ACTIVIDAD N° 3:

a) Un comerciante que se dedica al rubro de indumentaria deportiva, compra mercadería por un valor de $115.000 y después de venderlo obtiene un beneficio total de $55.365¿Qué porcentaje representa el beneficio sobre el total de la compra? ¿Cuánto dinero obtuvo por la venta total de la mercadería?

b) La Señora González gana el premio de la lotería, el mismo asciende a $1.700.000 y decide repartirlo entre sus cuatro hijos: $400.000 al mayor, $300.000 al segundo, $150.000 al tercero y $120.000 al menor. ¿Qué porcentaje del premio le queda luego de repartir? ¿Y qué porcentaje le dio a cada uno de sus hijos? ¿Cuánto representa lo que le dio al tercero en relación de lo que le dio al segundo de sus hijos?

c) El señor Gómez vendió 15 pack de gaseosa, si en cada pack hay 6 gaseosas y cada gaseosa vale $60. ¿Cuánto dinero obtuvo el señor Gómez? ¿Si el precio incluye una ganancia del 20% sobre el costo, a cuánto asciende la misma?

ACTIVIDAD N°4:

En a), b) y c), expresar el resultado en números fraccionarios y decimales.

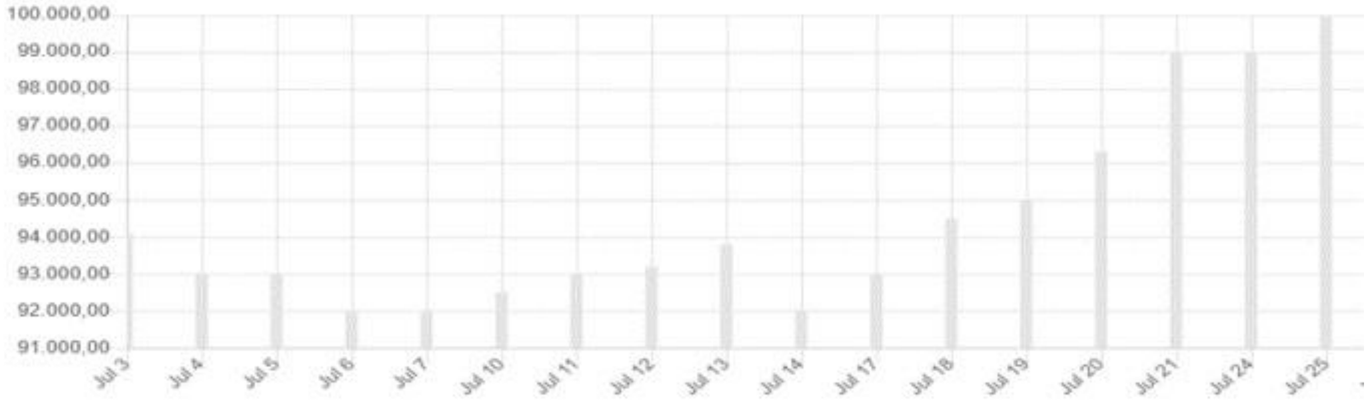
a) $\frac{3}{4}$ de 24 **b)** $\frac{4}{3}$ de $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ de 0,25

d) $10\ {}^{0}/_{0}$ de 500 **e)** $100\ {}^{0}/_{00}$ de 500 **f)** $0{,}10\ {}^{0}/_{0}$ de 10.000

g) 175 % de 200 **h)** $75\ {}^{0}/_{0}$ de 200 **i)** 100% de 200 + 75% de 200

ACTIVIDAD N°5:

El siguiente gráfico muestra el precio de la soja (pesos) en pizarra de la Cámara Arbitral de Cereales de la Bolsa de Comercio de Rosario entre el 3 y el 25 de Julio del corriente año, en aquellos días en que efectivamente hubo cotización. A partir de la observación del mismo se pide que responda:



a) La cotización del día 21/07 está …………………. por encima de la del día 05/07.

b) La caída del día 06/07 respecto del inmediato anterior representó un ………………

c) La cotización del día 25/07 representa el ………………… respecto de los $93.000 del día 04/07.

d) La cotización del día 04/07 representa un …………………. respecto de los $95.000 del día 19/07.

e) La suba del día 20/07 al 21/07 implicó ………….. de aumento y representa un ……….. del precio logrado el 21/07.

PONTENCIA

Dado un número racional **a** y un número natural **n**, llamamos potencia enésima de **a** al número que se obtiene de multiplicar **a** por sí mismo tantas veces como indique **n**.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a\dots\dots a}_{n\ veces}$$

Se lee ¨**a elevado a la n**¨. El número **a** se denomina **base** y **n** recibe el nombre de **exponente.** Como la potencia indica el producto de **n** veces un mismo factor, para su cálculo aplicamos la regla de signo de la multiplicación.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	RESULTADO
2^2=2.2=4	Positiva	Par	Positiva
$(-2)^2$= (-2).(-2)=4	Negativa	Par	Positivo
2^3=2.2.2=8	Positiva	Impar	Positiva
$(-2)^3$=(-2).(-2).(-2)= -8	Negativa	Impar	Negativa

No hemos realizado la demostración, pero podemos observar en la tabla anterior y generalizar que **la potencia solo es negativa cuando la base es negativa y el exponente impar.**
La operación inversa de la potencia es la **radicación.**

RADICACIÓN

Dado un número racional **a** y un **n** natural, llamamos **raíz enásima de "a"** al número "**b"** que, elevado a la "**n"** nos da "**a",** exceptuando el caso en que **a** $< \mathbf{0}$ $\boldsymbol{y}$ $\mathbf{n}$ **par**

En símbolos:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \leftrightarrow \quad b^n = a$$

Donde $\sqrt{\ }$ es el operador **radical**, **a** es el **radicando** y n es el **índice de la raíz.**

Ejemplo:

$$\sqrt{25} = 5 \text{ pues } 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{(-1)} = -1 \text{ pues } (-1)^3 = -1$$

La introducción de los números fraccionarios soluciona el problema de la división no exacta, pero la operación de radicación presenta un nuevo inconveniente.

Si el resultado de la radicación se puede expresar como cociente de dos enteros, diremos que la radicación se puede realizar en el conjunto de los números racionales.

Ejemplo:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

Pero esto no siempre es posible:

- Un número con infinitas cifras decimales no periódicas no puede ser transformado en un cociente de enteros.
- Las raíces no exactas como $\sqrt{2}$, no se puede expresar como un cociente de enteros y por lo tanto no es un número racional.

Estas observaciones nos llevan a definir un nuevo conjunto numérico: los números **irracionales**

ACTIVIDAD N° 6:

a) $3^3 =$ **b)** $(-3)^3 =$ $c) -3^3 =$ d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

e) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$ $f) -\sqrt{\frac{1}{49}} =$

➢ Los **números irracionales** son aquellos que no pueden expresarse como el cociente de dos números enteros y su expresión decimal es infinita no periódica. Se simboliza con la letra **I**. Ejemplos:

- El número **π** , que corresponde a la realción entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.

  π= 3,1415926535…
- Número **e** base de los logaritmos neperianos o naturales

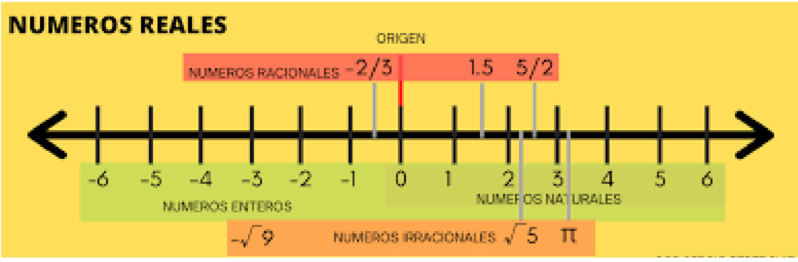
  e=2,71828184…

- $\sqrt{\mathbf{2}}$= 1,41412135623, $\sqrt{\mathbf{3}}$= 1,732050808 existen más ejemplos de números que no se pueden expresar como cociente de dos números enteros.

➢ **Numéros realeas**

Los **números reales** están formado por los números racionales y los números irracionales. Se simboliza con la letra **R**.

Los números reales llenan por completo la recta numérica, por eso se la llama recta real. A cada punto de la recta le corresponde un número real, y a cada número real un punto en la recta.



Relaciones de orden en los reales

La relación está basada en el orden natural de los números reales en la recta númerica. Si **a** está a la izquierda de **b** en la recta númerica, decimos que **a < b** , si **a** está a la derecha de **b** en la recta númerica decimos que **a > b** y si **a** y **b** están en la misma posición decimo que **a = b**

En términos matemáticos decimos que tenemos una **igualdad** cuando **a = b** y estamos frente a una **desigualdad** cuando:

a < b (a menor a b)
a > b (a mayor a b)
a ≤ b (a es menor o igual a b)
a ≥ b (a es mayor o igual a b)

ACTIVIDAD N° 7:

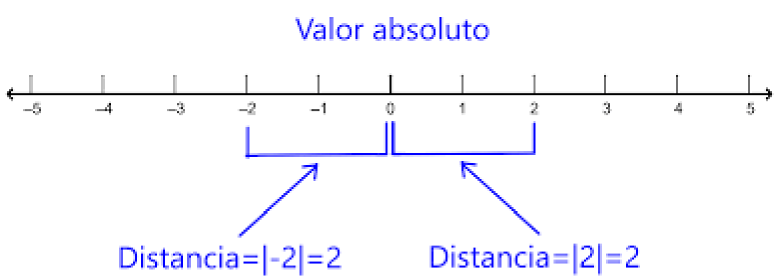
Ordenar de menor a mayor los iguientes números reales

$a)\ \frac{9}{4}; -\frac{2}{3}; -\frac{10}{2}; \frac{7}{10}; \frac{3}{8}; \frac{9}{9}$

$b)\ \ \sqrt{12}; \sqrt{\frac{4}{5}}; 4,\hat{3};\ \pi$

Valor absoluto de un número real

El valor absoluto de un número real **a** se denota como **|a|** , puede interpretarse como la distancia de **a** al origen en la recta númerica, el valor absoluto de **a** es un valor no negativo,



Algunas propiedades del valor absoluto

- Un número y su opuesto tienen el mismo valor absoluto.
$$|a| = |-a|$$
- El valor absoluto del producto es igual al producto de los valores absoluto de los factores.
$$|a.b| = |a|.|b|$$
- El valor absoluto de la suma es menor o igual a la suma de los valores absolutos
$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

ACTIVIDAD N° 8:
Calcular el valor absoluto en cada caso.

a) $|-9| =$ $\boldsymbol{b})|8| =$ **c)** $|0| =$ **d)** $|2-9| =$ $\boldsymbol{e})|2| - |9| =$

Operaciones con números reales

Hemos definido los conjuntos numéricos y las operaciones algebraicas rescantando la teminología matemática apropiada para cada una de ellas. Las operaciones definidas en los números racionales se extienden al conjunto de los números reales.

En el siguiente cuadro se resume las propiedades que se tienen presente al sumar o multiplicar números reales

PROPIEDADES	SUMA	PRODUCTO
Conmutativa	a+b=b+a	a.b=b.a
Asociativa	(a+b) +c = a +(b+c)	(a.b).c=a.(b.c)
Elemento neutro	0 es el neutro de la suma: para todo **a** real a+0=0+a=a	1 es el neutro del producto para todo **a** real a.1=1.a=a
Elemento simétrico	Para cada **a** real a+(-a)= (-a)+a=0	Para cada real a≠0 $a.\frac{1}{a} = \frac{1}{a}.a = 1$
Distributiva del producto respecto a la suma	a.(b+c)= a.b +a.c	

Algunas propiedades de la **Potencia**

PROPIEDADES DE LA POTENCIA	EN SÍMBOLO	EJEMPLO
Es **distributiva** respecto del producto	$(a.b)^n = a^n.b^n$	$(2.3)^4 = 2^4.3^4$
Es **distributiva** respecto a la división	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$
El **producto de dos o más potencias de igual base** es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma delos exponentes de las potencias dadas.	$a^n.a^m = a^{n+m}$	$2^3.2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
El **cociente de potencias de igual base** es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la diferencia entre la potencia del numerador y la del denominador.	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$

La potencia de una potencia es igual a otra potencia de la misma base elevada al producto de los exponentes	$a^{m^n} = a^{n.m}$	$2^{3^4} = 2^{3.4} = 2^{12}$
Toda **potencia de base cero y exponente distinto de cero** es igual a cero	$0^n = 0$ para $n \neq 0$	$0^3 = 0$
Toda **potencia de exponente cero y base distinta de cero** es igual a uno	$a^0 = 1$ para $a \neq 0$	$3^0 = 1$
El **cero como base y exponente** no está definido	$0^0 =$ $no\ está\ definido$	
La potencia de con exponente negativo, es igual al inverso del número elevado a exponente positivo	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$	$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$
Toda **potencia de exponente fraccionario (n/m)** es igual al radical cuyo índice es el denominador del exponente (m) y cuyo radicando es la base de la potencia (a) elevada al numerador del exponente dado (n)	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$	$16^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{16^3}$

Video sobre porpiedades de la potencia:

https://youtu.be/bnwBXIcIi2k

https://youtu.be/tNer3cNu3iA

Algunas propiedades de la **Radicación**

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN	EN SÍMBOLO	EJEMPLO
Es distributiva respecto del producto	$\sqrt[n]{\boldsymbol{a.b}} = \sqrt[n]{\boldsymbol{a}}.\sqrt[n]{\boldsymbol{b}}$	$\sqrt[3]{\boldsymbol{8.27}} = \sqrt[3]{\boldsymbol{8}}.\sqrt[3]{\boldsymbol{27}}$
Es distributiva con respecto a la división	$\sqrt[n]{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}}{\sqrt[n]{\boldsymbol{b}}}$	$\sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{27}}{\boldsymbol{8}}} = \frac{\sqrt[3]{\boldsymbol{27}}}{\sqrt[3]{\boldsymbol{8}}}$
La raíz de índice m de la raíz enésima de un número real es igual a la raíz de índice m.m de dicho número	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}} = \sqrt[n.m]{\boldsymbol{a}}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{\boldsymbol{64}}} = \sqrt[2.3]{\boldsymbol{64}} = \boldsymbol{2}$
La **radicación no es distributiva** respecto a la suma ni a la resta	$\sqrt[3]{\boldsymbol{a \pm b}} \neq \sqrt[3]{\boldsymbol{a}} \pm \sqrt[3]{\boldsymbol{b}}$	$\sqrt[3]{\boldsymbol{16 \pm 9}} \neq \sqrt[3]{\boldsymbol{16}} \pm \sqrt[3]{\boldsymbol{9}}$

Video sobre propiedades de la radicación
https://youtu.be/GgVW0-Yre9Q

video de ejercicios resueltos:
https://youtu.be/X5Kjvvr1jvQ?list=PL9SnRnlzoyX1MVuXSqPt2Q_gxC8RGclu_

ACTIVIDAD N°9:
Resolver aplicando propiedades cuando corresponda.

a) $(5+3)^2$

b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 . (-\frac{1}{2})^2 . 4\right] . (-1) =$

c) $[(-1)^7]^3 : [(-1)^3]^5 + \{ [(-1)^2]^5 \}^3 . \{ [(-1)^3]^5 \}^8 - [(-1)^3]^4 =$

d) $\sqrt[4]{2^3.2}-\sqrt[5]{(-2)^6:(-2)}+\sqrt[3]{(-4^2).(-4)}\;=$

e) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{3}{2}}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}:5^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{3}{2}}=$

f) $\sqrt[3]{a^4}+2a\sqrt[6]{a^2}-\frac{1}{3}\sqrt[6]{a^3}\;=$

g) $2^{-3}.\sqrt{3}.\sqrt{27}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{\sqrt[4]{(5-3)^2-2^8.2^{-6}}}=$

h) $\sqrt{2-3^0}-\frac{1}{2}.(5^2-(-3)^2)\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+7(-1)^{44}}$

Racionalización del denominador

El transformar la raíz de un denominador en un número racional, obteniendo una fracción equivalente, es lo que llamamos **racionalización del denominador.**

Dado $\frac{\mathbf{a}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^n}}}$, para racionalizar el denominador, debemos multiplicar numerador y denominador por $\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}$

Porque:

$$\frac{\mathbf{a}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^n}}}\cdot\frac{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}=\frac{a.\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[m]{b^{n+m-n}}}=\frac{a.\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[m]{b^m}}=\frac{a.\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}{b}$$

, **b** *será el nuevo denominador*

Ejemplo racionalizar el denominador de:

$$\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}$$

$$\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}\cdot\frac{\sqrt[7]{9^{7-3}}}{\sqrt[7]{9^{7-3}}}=\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}\cdot\frac{\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^4}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^{3+4}}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^7}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{9}$$

ACTIVIDAD N°10

Racionalizar el denominador de las siguientes expresiones

$a)\ \frac{3}{\sqrt{18}}=$ $\qquad b)\ \frac{7}{\sqrt[3]{3}}=$ $\qquad$ **c)** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=$

EJERCICIOS INTEGRADORES

ACTIVIDAD N°11

11.1) Indique a qué conjuntos numéricos más reducido pertenecen los números que se muestran a continuación? Intente escribirlos de otra forma.

- **a)** 3
- **b)** 0
- **c)** -6
- **d)** $\frac{23}{11}$
- **e)** $-\frac{1}{4}$
- **f)** $0{,}03$
- **g)** $5{,}5$
- **h)** $5,\hat{3}$
- **i)** $0{,}2\hat{3}$

11.2) Escriba en cada caso, si es posible, un ejemplo de número con las características consignadas y, de no ser posible.

- **a)** Es Real, no Natural
- **b)** Es Real, no Racional
- **c)** Es Natural, no Entero
- **d)** Es Entero, no Natural
- **e)** Es Natural, no Racional
- **f)** Es Racional y Entero

11.3) Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique

- **a)** La suma de dos números naturales es siempre un número natural.
- **b)** El cociente entre dos números enteros es siempre un número entero.
- **c)** Existen infinitos números enteros entre -10 y el 50.
- **d)** Existe infinitos números racionales entre 1/3 y 1.
- **e)** La raíz cuadrada de todo número natural impar es siempre un número irracional.

11.4) Indique a continuación si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

b) $\sqrt[n]{-b} = -b, \boldsymbol{si} \text{ ¨}\boldsymbol{n}\text{¨ } \boldsymbol{es\ par}$

c) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

d) $\sqrt[n]{b^n} = \mp b, \boldsymbol{Si} \text{ ¨}\boldsymbol{n}\text{¨ } \boldsymbol{es\ par}$

e) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

f) $(a+b)^n = a^n + b^n$

g) $[(b)^n]^m = b^{n+m}$

h) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ *siendo* $a \neq 0$

i) $1^n = n$

11.5 Resuelva los siguientes problemas:

a) Me informan que he consumido ¾ del crédito en mi celular. Si pagué $ 2.500 ¿ Cúanto es el crédito que aún me queda?

b) Un viaje de egresados costó $400.000 por estudiante Pedro pagó 11/25 partes del viaje en efectivo y el 45% en 10 cuotas iguales pero previamente se había entregado una seña al momento del contrato ¿ Cuánto fue lo que Pedro pagó en efectivi, cuánto pagó en cuotas y de cuanto fue la seña?

c) Un pino puede vivir 500 años, un castaño puede vivir 1.500 años más que el pino, un plátano puede vivir 2.000 años más que un castaño y un boabab puede vivir 1.000 años más que un plátano. ¿Cuánto años puede vivir un baobab?

d) Pedro vende un terreno de 2500 m^2 a $890 el m^2 y recibe a cambio otro terreno de 1700 m^2 a $1000 el m^2 ¿Cuánto dinero le deben abonar?

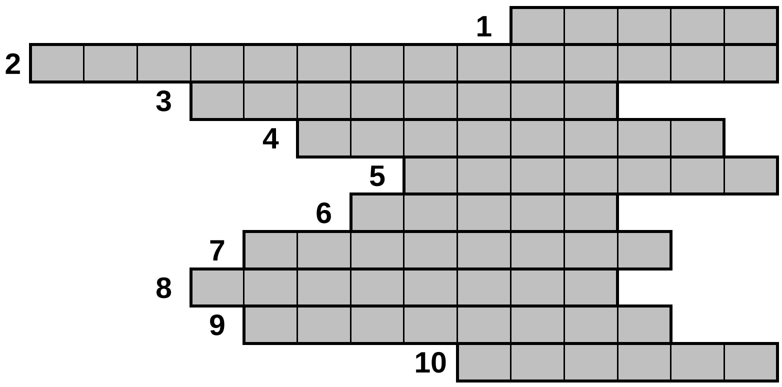
e) Mario compro 840 vacas a $3.000. Se murieron 25 y vendió el resto a $ 4.000. Que beneficio obtuvo de la operación.

f) Silvana gana $250 cada día que trabaja, si trabaja 6 días a la semana y cada semana gasta $725 ¿Cuánto dinero ahorrara en 7 semanas?

g) Pablo tiene alquilado un departamento de su propiedad por $750 diarios y un automóvil por $ 150 diarios. Si cada día gasta $300 en alojamiento y $100 en mantención. Pero los sábados y domingos los pasa invitado en la casa de sus padres, ¿Cuánto ahorrará en 12 semanas?

h) Antonio ha comprado 5 docenas de bolígrafos a $ 400 la docena y 6 docenas de lápices. Si cada docena de lápices cuesta la mitad de lo que cuesta la docena de bolígrafos más $30. ¿Cuánto se ha pagado en total?.

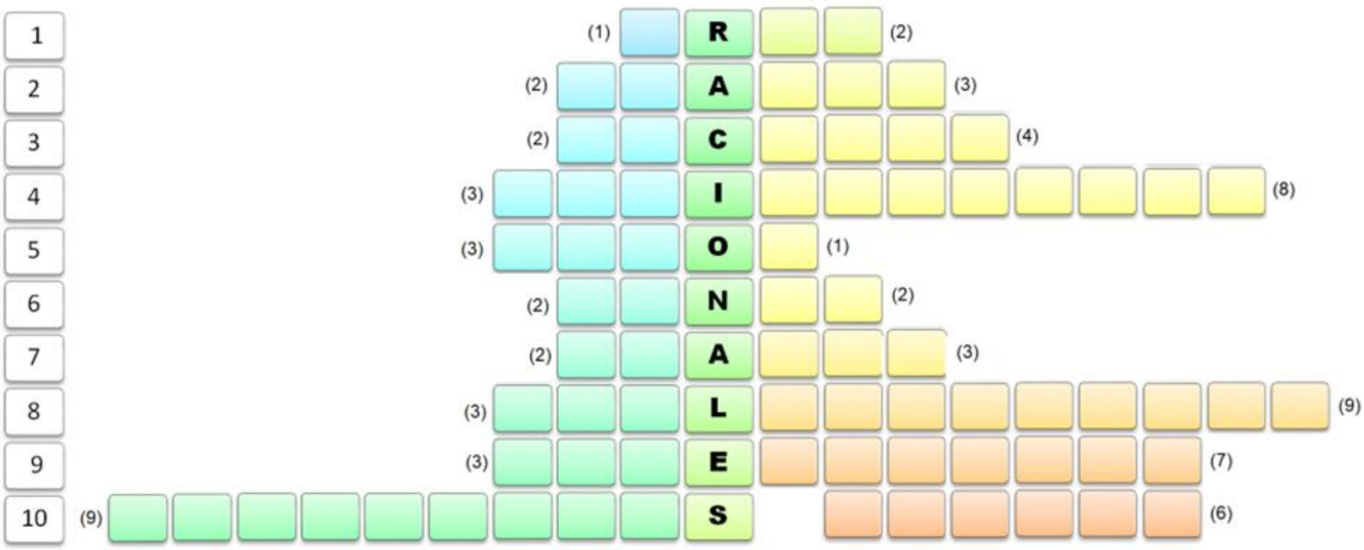
11.6) completa la siguiente grilla.



1) Signo matemático de relación, que colocado entre dos cantidades indica que la primera es más grande que la segunda.

2) Operación que representa una suma abreviada de sumandos iguales que se hace para encontrar productos.
3) Resultado de la multiplicación.
4) Primer componente en una resta o diferencia.
5) En una expresión algebraica se encuentran separados entre sí por signos de suma o resta (singular).
6) Cada uno de los dígitos que forman un número.
7) Resultado de la división.
8) Operación que representa un producto abreviado entre factores idénticos.
9) Denominación que se le da a los números que se multiplican entre sí.
10) Sustraer a una cantidad, otra menor, quitar, disminuir.

11.7) completar el siguiente crucigrama.
Aclaración: los números entre paréntesis indican la cantidad de casilleros que hay a cada lado de la palabra "RACIONALES", para facilitarles el copiado.



REFERENCIAS

1) El denominador de la fracción $\frac{13}{3}$ es …
2) El numerador de la fracción $\frac{4}{30}$ es …
3) Al dividir el numerador de una fracción por su denominador se obtiene su expresión …
4) Las fracciones que representan una misma cantidad son …
5) Una fracción es mayor que un entero cuando el numerador es … que el denominador.
6) Si dos fracciones tienen igual numerador, es mayor la que tiene un denominador …
7) Una expresión decimal cuya parte decimal es finita se clasifica como …
8) El procedimiento en el cual se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número se denomina …
9) Una fracción que no se puede simplificar es …
10) Las expresiones decimales que tienen una parte decimal finita y otra que se repite infinitamente se clasifican