SOLUCIÓN: UNIDAD III - ECUACIONES E INECUACIONES

ACTIVIDAD N° 1

Resolver las siguientes ecuaciones, y luego en los casos que sea posible verifica su resultado:

a) $2x + 1 = 3 - (1 - x)$

$$2x + 1 = 3 - 1 + x$$
$$2x + 1 = 2 + x$$
$$2x - x = 2 - 1$$
$$x = 1$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado:

$$2(1) + 1 = 3 - (1 - 1)$$

$$2 + 1 = 3 - 0$$

$$3 = 3$$

El valor de x que es solución de esta ecuación es 1.

b) $3x - 2 - 3(-1 + 2x) = 2 - 2(x - 1)$

$$3x - 2 + 3 - 6x = 2 - 2x + 2$$

$$1 - 3x = 4 - 2x$$

$$1 - 4 = 3x - 2x$$

$$-3 = x$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado:

$$3x - 2 - 3(-1 + 2x) = 2 - 2(x - 1)$$
$$3(-3) - 2 - 3(-1 + 2(-3)) = 2 - 2((-3) - 1)$$
$$(-9) - 2 - 3(-1 + (-6)) = 2 - 2(-4)$$
$$(-9) - 2 + 3 + 18 = 2 + 8$$
$$10 = 10$$

c) $(8x + 1).(x - 3) = 2x.(4x - 2)$

$$8x^2 - 24x + 1x - 3 = 8x^2 - 4x$$

$$8x^2 - 8x^2 - 24x + 1x + 4x = 3$$

$$-19x = 3$$

$$x = -\frac{3}{19}$$

verificamos:

$$\cancel{8x^2} - 24x + 1x - 3 = \cancel{8x^2} - 4x$$

$$-24\left(-\frac{3}{19}\right) + 1\left(-\frac{3}{19}\right) - 3 = -4\left(-\frac{3}{19}\right)$$

$$\left(\frac{72}{19}\right) - \left(\frac{3}{19}\right) - \left(\frac{57}{19}\right) = \left(\frac{12}{19}\right)$$

$$\left(\frac{12}{19}\right) = \left(\frac{12}{19}\right)$$

d) $\frac{2-8x}{4} = \frac{1}{2}(5-4x)$ **no tiene solución**

$$\frac{2-8x}{4} = \frac{1}{2}(5-4x)$$

$$\frac{1}{2} - 2x = \frac{5}{2} - 2x$$

$$-2x + 2x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 \neq 2$$

e) $3x + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}(2x-4)$

$$3x + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}(2x-4)$$

$$3x + \frac{1}{2} - 5 = 5x - 10$$

$$3x - \frac{9}{2} = 5x - 10$$

$$-\frac{9}{2} + 10 = 5x - 3x$$

$$\frac{11}{2} = 2x$$

$$\frac{11}{4} = x$$

Verificación

$$3.\frac{11}{4} + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}\left(2\frac{11}{4} - 4\right)$$

$$\frac{33}{4} + \frac{2}{4} - \frac{20}{4} = \frac{5}{2}\left(\frac{22}{4} - \frac{16}{4}\right)$$

$$\frac{15}{4} = \frac{5}{2}\left(\frac{6}{4}\right)$$

$$\frac{15}{4} = \frac{30}{8}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{15}{4}$$

f) $\frac{1}{2}x - 3\left(x + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5x+1}{2}\right)$ **infinitas soluciones, es una identidad**

$$\frac{1}{2}\mathrm{x} - 3\mathrm{x} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}\mathrm{x} - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{5}{2}\mathrm{x} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}\mathrm{x} - \frac{1}{2}$$

Verificación

Como se verifica para cualquier valor de x, lo hacemos a modo de ejemplo para x=0 y x=1, podrí tomar cualquier otro valor .

Si x= 0

$$\frac{1}{2}(0) - 3\left(0 + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5(0)+1}{2}\right)$$

$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ se verifica

Si x=1

$$\frac{1}{2}(1) - 3\left(1 + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5(1)+1}{2}\right)$$

$-3 = -3$ se verifica

g) $\frac{2z+3}{4} - z + \frac{3}{2}z = \frac{5+2z}{4}$

$$\frac{2z + 3 - 4z + 6z}{4} = \frac{5 + 2z}{4}$$

$$\frac{3 + 4z}{4} = \frac{5 + 2z}{4}$$

$$3 + 4z = 5 + 2z$$

$$4z - 2z = 5 - 3$$

$$2z = 2$$

$$z = 1$$

Verificación:

$$\frac{2(1) + 3 - 4(1) + 6(1)}{4} = \frac{5 + 2(1)}{4}$$

$$\frac{2 + 3 - 4 + 6}{4} = \frac{5 + 2}{4}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

h) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{1+3x}{2}$

$$\frac{4\,x+9\,x}{6}=\frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{13\,x}{6}=\frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{13\,x}{6}*2=1+3x$$

$$\frac{13\,x}{3}=1+3x$$

$$\frac{13\,x}{3}-3x=1$$

$$\frac{4}{3}x=1$$

$$\frac{3}{4}=x$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado.

$$\frac{2x}{3}+\frac{3x}{2}=\frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{2(\frac{3}{4})}{3}+\frac{3(\frac{3}{4})}{2}=\frac{1+3(\frac{3}{4})}{2}$$

En el primer miembro de esta igualdad hay fracciones con distintos denominadores. Busco el común denominador.

$$\frac{2\,.\,2(\frac{3}{4})+3\,.\,3(\frac{3}{4})}{3\,.\,2}=\frac{1+3(\frac{3}{4})}{2}$$

$$\frac{4(\frac{3}{4})+9(\frac{3}{4})}{6}=\frac{1+3(\frac{3}{4})}{2}$$

2(13 (3/4)) = 6 (1 + 3(3/4))

39/2 = 6 + 27/2

39/2 = 12/2 + 27/2

39/2 = 39/2

Al verificarse la igualdad, se concluye que cuando x=3/4 se encuentra la solución de la ecuación

i) $\frac{1}{3}(2y+1)+\frac{1}{2}y=\frac{2}{5}(1-2y)-4$

$$\frac{1}{3}(2y+1)+\frac{1}{2}y=\frac{2}{5}(1-2y)-4$$

$$\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}y=\frac{2}{5}\left(-\frac{4}{5}y\right)-4$$

$$\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}y+\frac{4}{5}y=\frac{2}{5}-4-\frac{1}{3}$$

$$\frac{20\,y + 15\,y + 24\,y}{30} = \frac{6 - 60 - 5}{15}$$

$$\frac{59\,y}{30} = \frac{-59}{15}$$

$$y = \frac{-59}{15} \cdot \frac{30}{59}$$

$$y = -2$$

Verificacion:

$$\frac{1}{3}(2\,(-2) + 1) + \frac{1}{2}\,(-2) = \frac{2}{5}(1 - 2\,(-2)) - 4$$

$$\frac{1}{3}((-4) + 1) + \frac{1}{2}\,(-2) = \frac{2}{5}(1 + 4) - 4$$

$$\frac{1}{3}(-3) + \frac{1}{2}\,(-2) = \frac{2}{5}(5) - 4$$

$$\frac{-3}{3} - \frac{2}{2} = \frac{10}{5} - \frac{20}{5}$$

$$-2 = -\frac{10}{5}$$

$$-2 = -2$$

j) $(0,\hat{2} - 1).(9 - 18x) = \left[2,\hat{2} - \left(\frac{9}{2}\right)^{-1}\right].\left(x - \frac{1}{2}\right)$

$$\left(\frac{2}{9} - 1\right).(9 - 18x) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right].\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$-\frac{7}{9}.(9 - 18x) = 2.\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$-7 + 14x = 2x - 1$$

$$14x - 2x = -1 + 7$$

$$12x = 6$$

$$x = \frac{6}{12}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Verificamos:

$$\left(\frac{2}{9} - 1\right).\left(9 - 18\frac{1}{2}\right) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right].\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2}{9} - 1\right).(0) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right].(0)$$

$$(0) = (0)$$

ACTIVIDAD N ° 2

Plantear y resolver los siguientes problemas:

Para platear un problema algebraicamente seguimos una serie de pasos que es importante tener presente:

- ✓ Leer el problema las veces que sea necesario hasta comprender su enunciado
- ✓ Identificar los datos (valores y operaciones) y la/s indeterminada/s o incógnita/s del problema. Representar esta última con una letra (si son más, utilizar una letra para cada incógnita).
- ✓ Expresar algebraicamente la relación existente entre los datos a través de una ecuación.

2.1) En un almacén mayorista que distribuye sus productos a comercios minoristas del medio, se cargó en un primer camión los 2/7 de la mercadería existente y en una segunda unidad de traslado los 3/5 del resto.

a) ¿Qué fracción de la mercadería se cargó en la segunda unidad?
b) ¿Qué porcentaje de la mercadería queda en el almacén?

x = Total de la mercadería
p = Total de la mercadería cargada en el primer camión
s = Total de la mercadería cargada en la segunda unidad
r = Porcentaje de mercadería que queda en el almacén

p = 2/7 x
a) s = (x – 2/7x). 3/5 = **3/7 x**
En la segunda unidad se cargaron 3/7 de la mercadería

b) r = (x-p-s)100%
r = (x-2/7x-(x – 2/7x). 3/5)100%
r = (x= 2/7 x -3/7x)100%
r = 2/7x. 100%= 0,2857x.100%
r = 28,57%x
En el almacén queda el 28,57% de la mercadería

2.2) De un depósito de leche pasteurizada que estaba lleno se han sacado, primero 2/3 del total y después 1/5 del total.

a) ¿Qué porcentaje de la capacidad total del depósito representa la cantidad de litros extraídos?
x = Capacidad del depósito, en litros

p = Porcentaje de litros extraídos

p = (2/3x + 1/5 x)100%

p = (13/15 x)100%

p = (0,866…x)100% = **86,67%**

La cantidad de litros extraídos representa el 86,67% de la capacidad total del depósito.

b) ¿Si aún quedan 400 litros de leche, cuál es la capacidad del depósito?

x = 2/3x + 1/5 x + 400 → x- 2/3 x -1/5 x = 400

(15x - 10x – 3 x)/15 = 400 → 2/15 x = 400 → x = 6.000 / 2

X = 3.000 litros

La capacidad del depósito es de 3.000 litros

2.3) Un empresario quiere repartir $45.000 de su utilidad entre sus dos empleados en proporción a la antigüedad que cada uno de ellos tiene en la empresa, 10 y 5 años respectivamente. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

x = el importe que se paga por año de antigüedad

10x + 5x = 45.000
15x = 45.000 x = 3.000
Empleado con 10 años de antigüedad cobra = 3.000. 10 = **$ 30.000**
Empleado con 5 años de antigüedad cobra = 3.000. 5 = **$ 15.000**

ACTIVIDAD N°3

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada

a) **I = C_0.n.i**

- Despejar C_0

I = C_0.n.i

$$\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{n.i}} = \mathbf{C_0}$$

- Despejar **n**

$$\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{Co\,.\,i}} = \mathbf{n}$$

- Despejar **i**

$$\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{Co\,.\,n}} = \mathbf{i}$$

ACTIVIDAD N° 4

Resolver las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

a) $|-2x+3| = 12$

-2x + 3 = 12 -2x + 3 = - 12
-2x = 12 – 3 -2x = -12 – 3
x = - 9/2 ó x = 15/2

Verificación, remplazamos x por -9/2 y 15/2 en $|-2x+3| = 12$

$\left|-2\left(-\frac{9}{2}\right)+3\right| = 12$ se verifica
$\left|-2\left(\frac{15}{2}\right)+3\right| = 12$ se verifica

b) $|2x-4| = 26$

2x - 4 = 26 2x – 4 = -26
2x = 30 2x = -22

x = 15 x = -11

Verificación, remplazamos x por 15 y -11 $|2x - 4| = 26$
$|2.15 - 4| = 26$ se verifica
$|2.(-11) - 4| = 26$ se verifica

c) $\mathbf{3|4x - 1| - 5 = 10}$

Siendo z = 4x-1
3 z – 5 = 10
3 z = 10 + 5
z = 5

$$|4x - 1| = z$$

$|4x - 1| = 5$ Por lo tanto la solucion 4x – 1 puede ser igual a 5 o (-5)

4x – 1 = 5	4x -1 = -5
4x = 6	4x =-5+1
X = 6/4	4x = -4
X = 3/2 ó	x = -1

d) Verificación, remplazamos x=3/2 y x=-1 en $\mathbf{3|4x - 1| - 5 = 10}$

$3|4 * \mathbf{3/2} - 1| - 5 = 10$

$\mathbf{3|5| - 5 = 10}$

$3|4(\mathbf{-1}) - 1| - 5 = 10$

$\mathbf{3|-5| - 5 = 10}$

ACTIVIDAD N°5

A partir de las siguientes ecuaciones, identificar los valores a, b y c, completando el cuadro.

ECUACIÓN	a	b	c
$3x^2 + x = 9 - 2x$	3	3	-9
$\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{3} = 6$	8/3	0	-17/3
$3x^2 + 7x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(1 + x^2)$	5/2	7	0

ACTIVIDAD N° 6

Clasificar las siguientes ecuaciones en lineales o cuadráticas y luego resolver.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 4 - 6x$,
$3x^2 - 5x + 6x = 4 - 2$

Ecuación Cuadrática
verificación

- **x = 2/3**

$3x^2 + x - 2 = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3}$

$x_1 = \dfrac{-1+5}{6} = \dfrac{4}{6} = \mathbf{\dfrac{2}{3}}$

$x_2 = \dfrac{-1-5}{6} = \dfrac{-6}{6} = \mathbf{-1}$

$3\,(2/3)^2 - 5\,(2/3) + 2 \;= 4 - 6\,(2/3)$

$4/3 - 10/3 + 12/3 = 4 - 2$

$6/3 = 2$

$2 = 2$

- **x = -1**

$3\,(-1)^2 - 5\,(-1) + 2 \;= 4 - 6\,(-1)$

$3 + 5 \;+ 2 \;= 4 + 6$

$10 \;= 10$

b) $-\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x = \frac{45}{4}$

$-\dfrac{5}{4}x^2 + \dfrac{15}{2}x - \dfrac{45}{4} = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \dfrac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{(\frac{15}{2})^2 - 4.\left(-\frac{5}{4}\right).\left(-\frac{45}{4}\right)}}{2.\left(-\frac{5}{4}\right)}$

$x_{1,2} = \dfrac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - 4.\left(\frac{225}{16}\right)}}{\left(-\frac{10}{4}\right)}$

$x_{1,2} = \dfrac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{225}{4}}}{\left(-\frac{5}{2}\right)}$

$x_{1,2} = \dfrac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{0}}{\left(-\frac{5}{2}\right)}$

$x_{1,2} = \dfrac{-\frac{15}{2}}{-\frac{5}{2}} \mathbf{= 3}$

Ecuación cuadrática

Verifiación:

- **x=3**

$-\dfrac{5}{4} \cdot 3^2 + \dfrac{15}{2} \cdot 3 = \dfrac{45}{4}$

$-\dfrac{45}{4} + \dfrac{45}{2} = \dfrac{45}{4}$

$\dfrac{45}{4} = \dfrac{45}{4}$

c) $x^2 = x$

$x^2 - x = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 0}}{2 * 1}$

Ecuación cuadrática

Verificación:

- x = 1

  $x^2 = x$ $\quad 1^2 = 1$

- x = 0

  $x^2 = x$ $\quad 0^2 = 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 1}{2}$

$x_1 = \frac{1+1}{2} = 1$

$x_2 = \frac{1-1}{2} = 0$

-

d) $-25x^2 + 4 = 0$

$25x^2 = 4$

$$x = \pm\sqrt{\frac{4}{25}} = \pm\frac{2}{5}$$

$X_1 = 2/5$ y $x_2 = -2/5$

Ecuación cuadrática

Verificación :

- x = -2/5
  -25 $(-2/5)^2$ + 4 = 0
- x = 2/5
  -25 $(2/5)^2$ + 4 = 0

e) $3.(2x-5) = -4x - 3$

$$6x - 15 = -4x - 3$$
$$6x + 4x = -3 + 15$$
$$10x = 12$$
$$x = \frac{12}{10}$$
$$x = \frac{6}{5}$$

Ecuación lineal

Verificación:

- **X=6/5**
  $3.(2(6/5) - 5) = -4(6/5) - 3$

$$\frac{36}{5} - 15 = -\frac{24}{5} - 3$$
$$-\frac{39}{5} = -\frac{39}{5}$$

ACTIVIDAD N° 7

Verificar cual o cuales de los valores propuestos para la incógnita es/son la solución en la expresión dada

a) $3y^2 - 5y + 2 = 4 - 6y$

a) y = 1/3 b) y = -1 c) y = 2/3

verificación:

- $3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{3}\right) + 2 \neq 4 - 6.\left(\frac{1}{3}\right)$
- $3(-1)^2 - 5(-1) + 2 = 4 - 6.(-1)$
- $3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 4 - 6.\left(\frac{2}{3}\right)$

Resolver

$3y^2 - 5y + 2 = 4 - 6y$
$3y^2 - 5y + 6y + 2 - 4 = 0$
$3y^2 + y - 2 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\,.\,3\,.\,(-2)}}{2\,.3}$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-(-24)}}{6}$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(25)}}{6}$

$x_{1,} = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$x_{2,} = \frac{-1-5}{6} = -\frac{6}{6} = -1$

b) $(1 + t)^2 - 1 = 4t + 11$

a) t = 1 b) t = 4,464101 c) t = 0,464101

Verificación :

- $(1+1)^2 - 1 \neq 4.(1) + 11$
- $(1+4{,}464101)^2 - 1 = 4.(4{,}464101) + 11$
- $(1+0{,}464101)^2 - 1 \neq 4.(0{,}464101) + 11$

Resolver :

$(1 + t)^2 - 1 = 4t + 11$

$(1 + t)^2 - 1 - 4t - 11 = 0$

$(1 + t)^2 - 4t - 12 = 0$

$1^2 + 2.t.1 + t^2 - 4t - 12 = 0$

$1 + 2t + t^2 - 4t - 12 = 0$

$t^2 - 2t - 11 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\,.\,1\,.(-11)}}{2\,.1}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-(-44)}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{48}}{2}$

$x_1 = \frac{2 + 6.9282}{2} = 4.46$

$x_2 = \dfrac{2 - 6.9282}{2} = -2.46$

ACTIVIDAD N° 8

Dada la ecuación $\boldsymbol{2x^2 + bx + 2} = 0$, sabiendo que el discriminante es cero, obtener el o los valores de **b**

$\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac} = 0$

$\mathrm{b}^2 - 4.2.2 = 0$

$\mathrm{b}^2 = 16; \quad \mathrm{b} = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

b_1=4 y b_2=-4

ACTIVIDAD N° 9

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justificar su respuesta.

a) La ecuación $x^2 + 7x = 6$ tiene dos raíces reales y distintas.
   Solución verdadera, el discriminante es mayor a cero.
b) La ecuación $\frac{1}{2}x^2 + 5x = -\frac{25}{2}$ no tiene raíces reales .
   Solución Falso, el discriminante es igual a cero tiene dos raíces reales iguales.
c) La ecuación $x^2 + 2x + 5 = 0$ tiene dos raíces reales.
   Solución Falso, el discriminante es menor a cero no tiene raíces reales.

ACTIVIDAD N°10

Si la ecuación $\boldsymbol{3x^2 + b(x-2) + 1 = 0}$**,** tiene como raíces dos números que sumados dan como resultado 6, ¿Cuál es el valor de b?

$$\boldsymbol{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$$

$$\boldsymbol{6 = -\frac{b}{a}\ ;\quad 6 = -\frac{b}{3}\quad ;\quad 6\,.(-3) = b}$$

$$\boldsymbol{-18\ = b}$$

ACTIVIDAD N°11

Si sabemos que **3** es una de las raíces de la ecuación $\boldsymbol{ax^2 + 5x = 33}$**,** obtener el valor de a y de la otra raíz.

Solución a=2 y x_2=-11/2

$\boldsymbol{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$

$\boldsymbol{3 + x_2 = -\frac{5}{a}}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{3 . x_2 = \frac{-33}{a}}$

$\boldsymbol{x_2 = -\frac{5}{a} - 3}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{x_2 = \frac{-33}{a} \div 3}$

$\boldsymbol{-\frac{5}{a} - 3 = \frac{-33}{a} \div 3\quad ;\quad -\frac{5}{a} - 3 = \frac{-33}{3a}\ ;\quad -3 = \frac{-33}{3a} + \frac{5}{a}\ ;\quad -3 = \frac{-18}{3a}\ ;\quad -3.3a = -18\ ;\ -3.3a = -18}$

$$\boldsymbol{a = \frac{-18}{-9}}$$

$$\boldsymbol{a = 2}$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - 3; \quad x_2 = -\frac{11}{2}$$

ACTIVIDAD N°12

Si contamos con la siguiente información de una ecuación cuadrática, **a= -3; b= -15** y **x_1= -4** determinar el valor de c y de la otra raíz.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$-4 + x_2 = -\frac{-15}{-3} \ ; \quad -4 + x_2 = -5$$

$$x_2 = -1$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-4 . -1 = \frac{c}{-3} \ ; \quad 4 . (-3) = c$$

$$-12 = c$$

ACTIVIDAD N°13

Completar la ecuación **$2x^2$ + bx + c=0**, determinando los valores de **b** y **c** sabiendo que la suma de sus raíces es -2 y el producto es -4

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-2 = -\frac{b}{2} \qquad -4 = \frac{c}{2}$$

$$b = 4 \qquad -8 = c$$

ACTIVIDAD N° 14

a) La función demanda de un producto particular es $q = f_{(p)} = 500.000 - 3.000\,p$ donde **q** representa las cantidades unitarias demandadas y **"p"** representa el precio expresado en pesos que los demandantes están dispuestos a pagar. La función del ingreso total, es igual al producto de las cantidades demandadas por el precio, **I = q . p .**

a1) Las raíces de I(p)=-3.000p^2+500.000p son ~~**DOS RAÍCES REALES IGUALES**~~ **/ DOS RAÍCES REALES DISTINTAS /** ~~**DOS RAÍCES COMPLEJAS CONJUGADAS**~~

ACTIVIDAD N° 15

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada

$$q = \sqrt{\frac{2\,k\,D}{g}}$$

a) Despejar d
b) Despejar k
c) Despejar g

a) $q = \sqrt{\frac{2\,k\,D}{g}}$ $\qquad \frac{q^2 . g}{2k} = d$

b) $q = \sqrt{\frac{2\,k\,D}{g}}$ $\quad \frac{q^2.g}{2d} = k$

c) $q = \sqrt{\frac{2\,k\,D}{g}}$ $\quad q^2.g = 2\,k\,d \quad g = \frac{2\,k\,d}{q^2}$

ACTIVIDAD N° 16

Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

16.1) Un capital (**C**) de $ 100.000 se invierte a <u>una tasa de interés simple</u> (**i**) del 2% mensual durante un periodo de tiempo (**t**) de 5 meses.

Nota:
La fórmula del Interés Simple es: **I = C . i . t**, donde I es el interés que produce el capital (**C**) a una tasa del tanto por uno (**i**) (tasa/100), durante un tiempo (**t**).
M es el monto total obtenido luego transcurrido el tiempo (**t**) durante el cual se invirtió un capital (**C**) a una tasa de interés (**i**).
M = C (1 + i . t).

Se solicita calcular:

a) ¿Cuánto será el interés I obtenido al cabo de dicho tiempo?
I = C . i . t
I = 100.000. 0.02. 5
I = 10.000
Con un capital de $100.000 puesto a un interés simple del 2% mensual durante 5 meses, se obtuvo $10.000 de interés.

b) ¿Cuál será el Monto Total Acumulado (**M**) al final del quinto periodo?

M = C (1 + i . t)	M = C + I
M = 100.000 (1 + 0.02 . 5)	M = 100.000 + 10.000
M = 100.000 (1 + 0.10)	**M = 110.000**
M = 100.000 (1.10)	
M = 110.000	

El Monto Total Acumulado al final de los 5 meses es de $110.000. Los $100.000 de Capital Inicial más los $10.000 de intereses ganados.

16.2) Cuando el precio unitario de un producto es p , el proveedor ofrece una cantidad q de ese producto, representada por la siguiente expresión: $q= \frac{105\,p^2}{5\,p^2+48}$

a. ¿Cuántas unidades ofrecerá semanalmente si el precio unitario es de $13,85?
b. Si ofrece 20 unidades semanalmente, ¿Cuál será el precio unitario del producto?

a. ¿Cuántas unidades ofrecerá semanalmente si el precio unitario es de $13,85?

Reemplazamos p por el precio unitario de $13,85 en la expresión: $q= \frac{105\,p^2}{5\,p^2+48}$

$q= \frac{105\,(13.85)^2}{5\,(13.85)^2+48}$ $\quad q= \frac{20141.3625}{959.1125+48} = \frac{20141.3625}{1007.1125} = 20$

Si el precio unitario es de $13,85 ofrecerá semanalmente 20 unidades.

b. Si ofrece 20 unidades semanalmente, ¿Cuál será el precio unitario del producto? Despejo p de la expresión $q= \frac{105\,p^2}{5\,p^2+48}$

$q\,(5p^2 + 48) = 105\,p^2$

$5\,p^2q + 48\,q = 105\,p^2$

$48\,q = 105\,p^2 - 5\,p^2\,q$

$48\,q = p^2\,(105 - 5q)$

$\frac{48\,q}{105-5\,q} = p^2$

$\sqrt{\frac{48q}{105-5q}} = p$ Reemplazo q=20

$\sqrt{\frac{48(20)}{105-5(20)}} = p$

$\sqrt{\frac{960}{5}} = p$

$\sqrt{(192)} = p$

13.85

13.86 ***p***

16.3) Un capital (**C_0**) de $ 100.000 se invierte a una tasa de interés anual compuesto (**i**) del 2% mensual durante un tiempo (**t**) de 5 meses. Sabiendo que la fórmula del Interés Compuesto es: **$C_n = C_0\,(1 + i)^t$** , donde **C_0** es el capital inicial que está invertido a una tasa del tanto por uno (**i**), durante un tiempo (**t**) y **C_n** es el capital acumulado durante ese periodo a esa tasa entonces:

a) ¿Cuál será el Interés (**I**) obtenido al cabo de dicho tiempo?

$I = C_n - C_0$

$I = C_0\,(1 + i)^t - C_0$

$I = C_0\,((1 + i)^t - 1)$

$I = 100.000\,((1 + 0.02)^5 - 1)$

$I = 100.000\,(1.1040808 - 1)$

$I = 100.000.\ 0.1040808$

$I = 10.408.08$

El interés obtenido luego de 5 meses es de $ 10.408.08

b) ¿Cuál será el Capital Total Acumulado (C_n) al final del quinto periodo?

$C_n = C_0\,(1 + i)^t$

$C_n = 100.000\,(1 + 0.02)^5$

$C_n = 100.000\ .\ 1,1040808$

$C_n = 110.408,08$

El capital acumulado luego de transcurridos 5 meses es de $110.408,08.

INECUACIONES

ACTIVIDAD N° 17

Resolver las siguientes inecuaciones, escribir el intervalo que corresponde a la solución y representar en la recta numérica

1. 3 x – 2 < 1
2. $\frac{x+1}{2} > 4$
3. -2x + 2 ≤ x + 3
4. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} \leq \frac{1+3x}{2}$
5. |x + 4|> 2
6. $|-2x + 3| \leq 12$

1. 3 x – 2 < 1

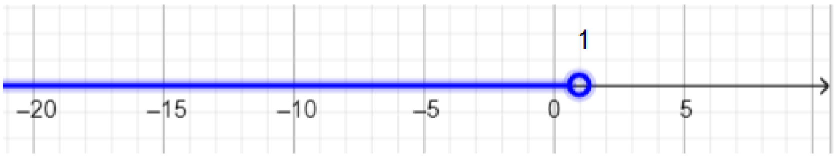
Agrupar los términos independientes en el segundo miembro y dejar en el primero el término que tiene la incógnita x

3 x < 1 + 2

3 x < 3 x < 3 / 3 **x < 1**

La solución para esta desigualdad son todos los valores menores a 1 (al 1 no lo incluye)

La solución en la recta numérica es:



Solución: $(-\infty; 1)$

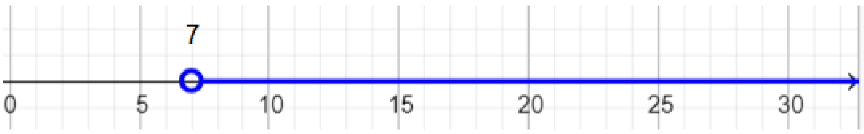
2. $\boldsymbol{\frac{x+1}{2} > 4}$

x + 1 > 4. 2

x + 1 > 8

x > 8 – 1 x > **7**

Solución: (7;∞)



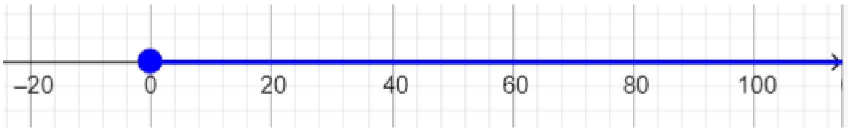
3. -2x + 2 ≤ x + 3

-2x – x ≤ 3 – 2 2 – 3 ≤ x + 2x

-3x ≤ 1 -1 ≤ 3x

x ≥ -1/3 **-1/3 ≤ x**

Solución: $\left[-\frac{1}{3}; \infty\right)$



4. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} \leq \frac{1+3x}{2}$

Sacar común denominador en el primer miembro de esta desigualdad

$$\frac{2\,.2x+3\,.3x}{3\,.2} \leq \frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{4x+9x}{6} \leq \frac{1+3x}{2}$$

Multiplicar ambos miembros por 2 y por 6 para transformar los cocientes en productos y así, en el caso del segundo miembro aplicar la propiedad distributiva.

$$2(13x) \leq 6\ (1 + 3x)$$

$$26x \quad \leq 6 + 18x$$

Agrupar los términos que contienen x para luego poder despejarla

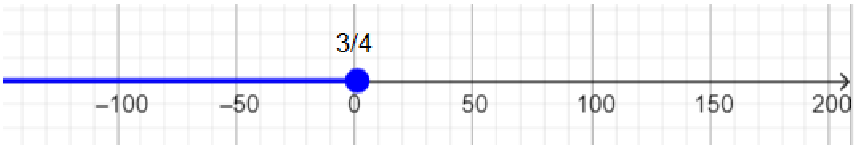
$$26x - 18\,x \leq 6$$

$$8\,x \leq 6$$

$$x \leq 6/8$$

$$\mathbf{x \leq 3/4}$$

Solución: $(-\infty;3/4]$



5. **|x + 4|> 2**

X + 4 > 2

X > 2 – 4

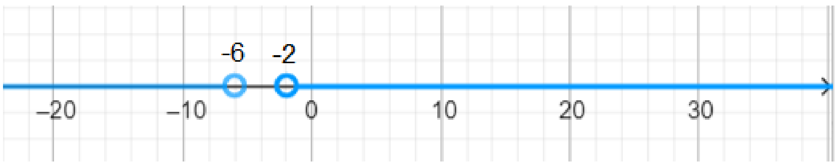
X > -2

x + 4 < -2

x < -2 – 4

x < -6

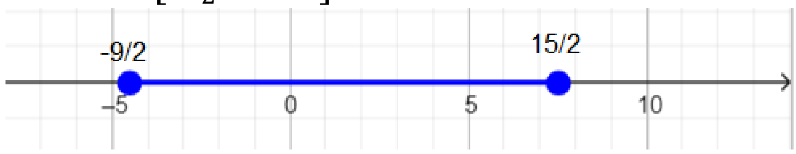
Solución: (-∞;-6) ∪ (-2;∞)



6. $|-2x+3| \leq 12$

$-2\,x+3\ \leq 12$	-12 ≤ -2x+3
-12 + 3 ≤ 2x	-12 - 3 ≤- 2x
-9 ≤ 2x	- 15 ≤ -2x
-9/2≤ x	**15/2≥ x**

Solución: $\left[-\frac{9}{2}; 15/2\right]$



ACTIVIDAD N°18

Resolver las siguientes situaciones problemáticas

18.1) Una empresa que comercializa ventanas tiene como objetivo evitar pérdidas por demanda insatisfecha.

a) Se ha decidido, para evitar pérdidas por demanda insatisfecha, que el stock mínimo debe ser por lo menos de 40 ventanas.

x = cantidad de ventanas en stock

$\boldsymbol{x \geq 40}$

b) Si el costo de cada ventana es de $5.000. ¿Qué capital mínimo tienen inmovilizado?

c = Capital mínimo inmovilizado

$\boldsymbol{c \geq 5.000.x \quad \rightarrow \quad c \geq 200.000}$

El Capital mínimo inmovilizado es de $200.000

c) Para evitar que el capital inmovilizado supere la suma de $450.000 ¿Qué cantidad máxima de ventanas podrá tener en stock?

x = cantidad máxima de ventanas en stock

$\boldsymbol{5.000x \leq 450.000 \quad \rightarrow \quad x \leq \frac{450.000}{5.000} \quad \rightarrow \quad x \leq 90}$

La cantidad máxima de ventanas que podrá tener en Stock es 90

d) ¿A qué conclusión arriba analizando los incisos anteriores?
Conclusión:

$$\boldsymbol{40 \leq x \leq 90 \quad y \quad 200.000 \leq c \leq 450.000}$$

La cantidad de ventas en stock está comprendida las 40 y 90 unidades (incluidas éstas cantidades) y el capital inmovilizado estará comprendido entre los $200.000 y $450.000 para esas cantidades de ventanas respectivamente.

18.2) Florencia va a un recital con sus amigas. Disponen de $6600. Si compran las entradas de $900, les sobra dinero. Pero si compran las de $1000 les va a faltar. ¿Cuántas amigas fueron al recital?

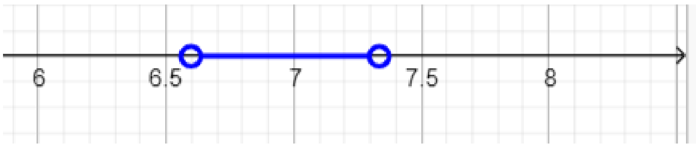
X= cantidad de amigas que fueron al recital

Sabemos que $900 por la cantidad de amigas que fueron es menor a $6.600

900 x < 6.600
X < 6.600 / 900
X < $7,\hat{3}$

Además, sabemos que $ 1.000 por la cantidad de amigas que fueron es mayor a $6.600
1000 x > 6.600
x > 6.600 / 1000
x > 6,6

Si representamos la solución en la recta numérica



Si representamos la solución en intervalo $(6{,}6; 7,\hat{3})$

Como la cantidad de amigas tiene que ser un número natural, fueron al recital 7 amigas, (X=7)

18.3) Un comerciante compra tenazas por $6.800. Si las vende a $480 c/u pierde dinero. Si las vende a $500 gana. ¿Cuánto dinero gano si vendió la mitad de dicha mercadería a $620 y la otra mitad a $680? ¿Cuál fue el precio de compra?

Ganancia = Ingreso por la Venta – Costo (Precio de Compra)

T = cantidad de unidades compradas

Hay que determinar el precio de compra (costo unitario), porque el precio de venta se conoce. Se sabe que vendió la mitad de esas unidades a $620 y la otra mitad a $680.

El Costo unitario estará entre $480 y $500:

480 < $\frac{6800}{t}$ < 500

1/480 > t/6800 > 1/500

6800/480 > ~~6800~~ t/~~6800~~ > 6800/500

14.16 > t > 13.6

Opción 1: la variable es discreta representa un producto no fraccionable (por ejemplo: tenazas)
T = 14

14 < 14,16 y
14 > 13,6

Ingreso = t/2 . 620 + t/2 680 = t/2 (620 + 680) = t/2 1300
Ingreso = 14. 650 = 9100

Ganancia = Ingreso por Venta – Costo

Ganancia = $9100 – $6800
Ganancia = $2.300

El comerciante gano $2.300

Opción 2: la variable continua representa un producto fraccionable (por ejemplo: tela)

Si t = 14.16 G = 1300/2 (14.16) – 6800 G = 2404

Si t = 13.6 G = 1300/2 (13.6) – 6800 G = 2040

El comerciante gano más de $ 2040 y menos de $ 2404.